

ECN 122: Øvingsoppgavesett 1

(Eirik sitt løysingsforslag)

Oppgave 1.1: Noen korte faktaspørsmål

- (a) Skriv uttrykket for likevektsinvestering i en Solow-modell med ekst i tilgangen på arbeidskraft og forklar elementene i modellen. Hva skjer i modellen når veksten i arbeidskraft er null?

Svar: $I = (d + n)K$, der K er kapital, d er kapitalslit og n er vekst i arbeidskraft. Når vekst i arb.kraft er null, setter man n i likninga over til null.

- (b) Hva menes med kapitalintensitet i en Solow-modell og hvorfor er dette begrepet så viktig?

Svar: Kapitalintensitet $k = K/L$ uttrykker hvor mye kapital det er pr arbeidsenhet. Uttrykket er viktig fordi det når man har funnet optimal kapitalintensitet, k^* , er det lett(ere) å foreta justeringer i investeringer som er forenlig med maksimering av velferd.

- (c) Hva menes med demografisk gevinst i et Solow-rammeverk?

Svar: Når folketallet går ned (tilgangen på arbeidskraft) synker nødvendig likevektsinvestering (definert som kapital per. arbeidstaker, følger fra formelen i (a) og uttrykket for optimal kapitalintensitet k^* i (b)).

- (d) Hva er det viktigste ankepunktene mot Solow-modellen?

Svar: Fordi modellen er så enkel $Y/L = f(K/L)$ er modellen dårlig egna til å forklare variasjoner i produksjonsverdi pr ansatt som ikke fanges opp av kapital K eller arbeid L .

- (e) Hvordan vil du rette på disse svake sidene til Solow-modellen?

Svar: Ved å legge til andre forklaringsvariable, f.eks. utdanning (humankapital-faktor) eller grad av åpenhet i økonomien (andel av BNP som eksporteres X eller importeres Q). Eksempel på utvida modell: $Y/L = A(\text{antall år utdanning}, M/Y) f(K/L)$.

Merknad: Ei ulempe med slike utvidelser er at kravet til data auker.

- (f) Hva menes med sosial mobilitet, og hvordan kan man f.eks. auke den sosiale mobiliteten i en økonomi?

Svar: Sosial mobilitet viser i hvilken grad avkom blir i samme sosiale/økonomiske gruppe som foreldrene sine. Den sosiale mobiliteten kan f.eks. aukes ved at man fjerner økonomiske barrierer for å ta utdanning (stipend og lån, låge studieavgifter), eller ved å innføre arveavgift.

- (g) Store deler av utdanninga i Norge er offentlig finansiert. Dette inkluderer bl.a. lågere semesteravgift enn det som ville vært tilfelle uten offentlig bidrag og stipenddelen fra Lånekassa. Hvilke to grunner blir ofte sett på som viktigst fra et makroøkonomisk ståsted for offentlig støtte til utdanning?

Svar: Auka sosialmobilitet (jf. f) og høyere arbeidsproduktivitet. I forhold til Solowmodellen kan høyere kompetanse være heilt sentralt for å få høyere utnyttingsgrad av produksjonskapitalen (K).

Oppg. 1.2 neste side

Oppgave 1.2: Ei simulering med Solow-modellen

Regjeringa i et land har som målsetting å maksimere nåverdien av velferden til innbyggerne. I tillegg legger regjeringa vekt på fordeling. Gitt problema med å skille offentlig, g_t , og privat forbruk, c_t , forbruk i økonomien og fordelingsaspektet rekner regjeringa derfor med følgende nyttefunksjon:

$$U_t(\ln(c_t + g_t))$$

Nettoeksporten er satt til null, slik at følgende likninger beskriver økonomien:

$$y_t(K_t) = c_t + i_t + g_t \quad (\text{likevektsbetingelsa})$$

$$K_t = K_{t-1}(1-d) + i_{t-1} \quad (\text{transversalitetstlikninga})$$

La renta, r , være 1, 3 og 5 %, og la kapitalslitet, d , være 4 %.

- startverdi for kapital, K_0 , er 100 (dvs. verdien av produksjonskapitalen i periode 0)
- produksjonen (BNP) som funksjon av kapitalen: $y_t = y_t(0.4 K_t)$
- summen av privat og offentlig forbruk, $c_t + g_t = y_t - i_t$
- investeringene kan variere fra 4 % til 12 % av kapitalen til ei hver tid (men holdes konstant gjennom et simuleringsscenario for å gjøre ting litt enklere)

- (a) Bygg en modell som er i stand til å gjennomføre disse simuleringene (deloppgave for de som er spesielt interesserte og kyndige i programmering) for en 20 år lang periode. Du velger sjøl hvordan du lager modellen (f.eks. i excel eller et anna rekneark) eller ved hjelp at et programmeringsverktøy du er fortrolig med. **(Merknad: Å kunne programmere en slik modell er ikke eksamenspensum, men for de spesielt interesserte :-).**

Svar/merknad: Jeg har bygd modellen min i SAS (et statistisk analyse- og programmeringsspråk). For de med litt programmeringsefaring er koden relativt grei. Merk at alle parametre er satt i eg eget avsnitt slik at jeg ikke skal behøve å endre koden når tallverdier endres.

- (b) Tabell 1 (se vedlegg) viser resultatene fra den modellen jeg har bygd. Basert på denne tabellen, finn ut hva som ser ut til å være nær optimal investeringsrate ved 1, 3 og 5 % (real)rente?

Svar: Optimal investeringsrate under de tre rentescenariene (1, 3 og 5 %) er hhv. litt under 14, 13 og 12 % (for da er nåverdien av forbruket størst).

- (c) Forklar hvorfor «optimal»investering ser ut til å variere mellom de tre rentescenariene i deloppgave (b).

Svar: Naturlig nok, med ei lågere rente så blir nåverdien (nyttens målt i penger) større av investering, dvs. man er villig til å oppgi meir forbruk (c_t eller g_t) tidlig for å få dette igjen med større forbruk i seinere tidsperioder. Forbruket målt i kr. er like stort for et bestemt investeringsscenario uavhengig av hvor hvilken tidpreferenase (rente) man har.

- (d) Hvilket investeringsscenario vil de som lever om 20 år foretrekke at dagens generasjon velger? Grunngi svaret ditt.

Svar: De velger det alternativet som har størst kapitalbeholdning, dvs. 16 % investering i tabell Det er jo ikke noe som forhindrer framtidige generasjoner å redusere investeringene og auke forbruket sitt (de ser jo på egen nytte, og med en så stor kapitalbase vil det sanns.vis være optimalt å tære noe på kapitalen). **Kommentar:** en grunnleggende kritikk av Solow-modellen for å føre til høyere velferd – en større og større andel av BNP for å opprettholde produksjonskapitalen, jf. Forelesningene → det blir relativt mindre til forbruk og dermed til velferd.

- (e) Tabell 2 (vedlegg) viser resultatene for et scenarie, 10 % investering og 3 % rente. Basert på tabellen, finn ut hvilke virkninger en kortere eller lengre analyseperiode får for det som er optimal investeringsatferd. Grunngi svaret ditt.

Svar: Ved en lengre analyseperiode så blir fordelene av stor kapitalbase større, slik at et meir langsiktig perspektiv tilsier større investeringer enn ved en kortere tidsperiode. Dette kan man tolke ut fra tabellen (mulig forbruk auker, men med en stadig svakere prosentvis vekst i forbruket) etter hvert som tida går. Nok en gang er slår en grunnleggende del av kritikken mot Solow-modellen inn: man bruker en stadig større andel av BNP på å opprettholde kapitalen).

- (f) Hvilke slutninger kan du trekke på generelt grunnlag fra disse enkle modellsimuleringene om de utfordringene dagens politikere står ovafor i forhold til makroøkonomisk politikk?

Svar: Dagens politikere (og velgerne deres) har en relativt kort tidsperiode. Faren for at det forbrukes for mye i dag på bekostning av investeringer er derfor meget stor.

Oppgave 1.3: Samfunnsmessig investering

I Solow-modellen fører et aukende K/L -forhold fører til vekst i $BNP/innbygger$, dvs. at i funksjonen $Y/L=f(K/L)$ er $f'(K/L)>0$, men til en avtakende rate, dvs. $f''(K/L)<0$.

- (a) Anta kun bedriftene investerer i kapital, og at bedriftene kan finansiere kapitalinvesteringene til renta r' . Hva er da verdien av den deriverte av K/L -funksjonen $f'(K/L)$ når $L = \bar{L}$, dvs. holdes konstant? Grunngi svaret ditt.

Svar: $f'(K/\bar{L})=r'$. Årsak: $f'(K/\bar{L})$ er avkastninga på kapitalen, og i likevekt skal denne være lik renta.

- (b) Hva må bedriften gjøre for å opprettholde denne avkastninga viss den ansetter fleire folk, dvs. L auker? Grunngi svaret ditt.

Svar: Auke investeringene tilsvarende, slik at K/L -forholdet blir konstant.

Den utvida Solow-modellen skrives ofte som $Y/L=Af(K/L)$, der A kan utrykke størrelsa på skiftet i Y/L som følge av en auke i humankapitalen. Det innebærer at $A = A(h)$. I økonomi antar vi som regel at avkastning ved auka bruk av en innsatsfaktor er positiv med avtakende marginalt utbytte, dvs. $A'(h)>0$, og $A''(h)<0$. Anta at bedriften også kan investere i humankapital.

- (c) Hva er optimal investering for bedriften i humankapital, h ? Grunngi svaret ditt.

Svar: Den mengda investering i humankapital, h , som gjør avkastninga av investeringer i humankapital lik avkastninga for vanlig kapital, K . Årsak: den marginale avkastninga fra investeringer skal være den samme for ulike investeringer. Viss det ikke var tilfelle, kunne bedriften få større utbytte av å flytte investeringene fra områder med låg til høg avkastning til avkastninga mellom områdene er lik på marginen.

- (d) Med utgangspunkt i svarene ovafor, forklar hvorfor offentlig investering i utdanning kan være et bra tiltak mot arbeidsløse på kort sikt og auka verdiskaping på lang sikt?

Svar: Fleire folk i utdanning reduserer omfanget av arbeidsløysa på kort sikt, og auker verdiskapingspotensialet i bedriftene på lang sikt. Under en lågkonjunktur er auka satsing på videre- og voksenopplæring derfor et egna konjunkturtiltak som også har ønska langtidsvirkninger.

Merknad 1: Fra denne oppgava ser vi at investeringer auker etterspørselen etter arbeidskraft, dvs. at Solow-modellen gir tilsvarende virkninger som de vi ser fra direkte analyser av arbeidsmarkedene.

Merknad 2: En annen måte å angripe dette på er å se på optimal kapitalintensitet, $k^* = K/L$, slik at når investeringene auker $\rightarrow K$ auker, må også bruken av arbeid, L , auke for at k^* skal være konstant.

Merknad 3: Det samme gjelder andre investeringer, f.eks. i infrastruktur, som gjør at bedriftene kan få reduserte transportkostnader på råvarer og produkter.

Oppgave 1.4: Investering i utdanning

- (a) Sett opp en modell for nåverdien av forventa «livsinntekt» for to personer fra fylte 20 år: (i) begynner å jobbe som ufaglært og jobber i slik jobb i 45 år, og (ii) tar fem års utdanning og er yrkesaktiv i 40 år etter endt utdanning (de spes. interesserte kan lage et rekneark)

Svar: Den enkleste måten å sette opp en slik modell på er å gjennomføre to nåverdiutregninger: ei for en person som jobber i 45 år som ufaglært, og ei for den som studerer i fem år og deretter jobber 40 år som utdanna. De to nåverdiutregningene kan skrives på følgende måte:

- Ufaglært:
$$NV^U = \sum_{t=1}^{45} \frac{i_t^U}{(1+r)^t}$$
- Høgere utdanning:
$$NV^H = \sum_{t=1}^5 \frac{i_t^S - L_t}{(1+r)^t} + \gamma \sum_{t=6}^{45} \frac{i_t^H}{(1+r)^t} + (1-\gamma) \sum_{t=6}^{45} \frac{i_t^F}{(1+r)^t}$$

studietid
arb. med
arb. uten høgere grad

der: r er realrente, t er år, i_t^U, i_t^S, i_t^H og i_t^F er henholdsvis arbeidsinntekt i år t som ufaglært, student, person med høgere utdanning, og person med ikke fullført høgere utdanning, L_t er årlig studielån, og γ er sannsynlighet for å lykkes med høgere utdanning.

- (b) Tabellen under viser den forventa nåverdien av å jobbe ufaglært eller med universitetsutdanning i USA gitt forutsetningene i (a) (alle tall i 1000 kr)

Årsinntekt uten univ.utdanning: 300					
Årsinntekt med vellykka univ.utdanning: 600					
Årsinntekt uten fullført univ.utdanning: 330 (går 5 år på universitet, men får ikke utdanning)					
Årsinntekt som student: 50					
Låneopptak hvert år som student: 330 Sannsynlighet for å lykkes med univ.utdanning: 90 %					
Real-rente	Tid	Nåverdi u. univ.utdanning	Nåverdi m. vellykka univ.	Nåverdi m. mislykka univ.	Forventa nåverdi univ.
2%	Etter 5 år	1 414	-3 950	-3 950	-3 950
	Etter 45 år	8 847	10 916	4 226	9 578
4,00%	Etter 5 år	1 336	-3 679	-3 679	-3 679
	Etter 45 år	6 216	6 082	1 689	5 203

1. Hva er virkninga på realrenta på valget av utdanning?

Svar: Høgere rente gjør framtidig inntekt mindre verd. For en person som har tar univ. utdanning og dermed låg inntekt og oppsamling av gjeld under studietida og høgere

inntekt etter endt utdanning til at utdanning lønner seg relativt sett mindre.

2. Hvilke valg ville du gjøre med omsyn til utdanning under de nemnte forutsettingene?

Svar: Spørsmålet er stilt for at du skal tenke over egne tids- og risikopreferanser (og gi grunnlag for å sammenlikne med svara i delsp. c)

3. Hvordan meiner du dette vil slå ut i forhold til hvem som tar og ikke tar utdanning.

Svar: Personer med stor utålmodighet med omsyn til konsum (høg rente) eller liten vilje til å ta risiko (utdanning er et lotteri med γ sannsynlighet for å lykkes) er mindre tilbøyelige til å ta høyere utdanning.

- (c) Tabellen under viser den forventa nåverdien av å jobbe ufaglært eller med universitetsutdanning i Norge gitt forutsetningene i (a) (alle tall i 1000 kr)

Årsinntekt uten univ.utdanning: 350					
Årsinntekt med vellykka univ.utdanning: 500					
Årsinntekt uten fullført univ.utdanning: 385 (går 5 år på universitet, men får ikke utdanning)					
Årsinntekt som student: 100					
Låneopptak hvert år som student: 140 Sannsynlighet for å lykkes med univ.utdanning: 90 %					
Real-rente	Tid	Nåverdi u. univ.utdanning	Nåverdi m. vellykka univ.	Nåverdi m. mislykka univ.	Forventa nåverdi univ.
2%	Etter 5 år	1 650	-1 482	-1 482	-1 482
	Etter 45 år	10 322	10 906	8 057	10 336
4%	Etter 5 år	1 558	-1 376	-1 376	-1 376
	Etter 45 år	7 252	6 758	4 888	6 384

1. Hva er virkninga på realrenta på valget av utdanning?

Svar: Samme som i b-1.

2. Hvilke valg ville du gjøre med omsyn til utdanning under de nemnte forutsettingene?

Svar: Samme svar som i b-2. Merk at i Norge så lønner utdanning seg ikke, sjøl når man lykkes (nåverdi v/ utdanning er 6,758 mill , mens nåverdi uten utdanning er 7,252 mill).

3. Hvordan stemmer det valget du ville gjøre i eksemplet med de valga du tar

Svar: Spørsmålet er en «reality check» for din egen del. Den norske nåverdien er ikke ulik den mange norske potensielle studenter står ovafor viss de går for en fem-årig universitetsutdanning. Merknad: jeg er fullstendig klar over at ikke alle fortsetter og tar en MSc grad (5 år) eller ei lengre profesjonsutdanning (lege, tannlege, veterinær osv.), men sjøl med denne forenklinga kommer vel hovedpoenget fram?

4. Hvordan virker utålmodighet på å tjene penger på utdanningsvalget?

Svar: En utålmodig person med omsyn til å tjene (og dermed bruke) penger har høyere personlig rente enn en person som er meir tålmodig. Iom. at den forventa nåverdien av å ta utdanning er vesentlig lågere ved 4 % rente enn ved 2 % på å ta utdanning sammenlikna med ikke å ta utdanning, så er det mindre sannsynlig at en pengemessig utålmodig person tar høyere utdanning enn en pengemessig tålmodig person.

- (d) Drøft kort virkningene av risiko og usikkerhet under de to eksempelscenariene for USA og Norge.

Svar: Det er langt større risiko ved å ta høyere utdanning i USA enn i Norge fordi forskjellen i nåverdi av inntekt er større når man lykkes og mislykkes med å få graden. Dvs. at å ta utdanning i USA krever større vilje til å ta risiko enn i Norge.

- (e) Hvordan påvirker langsiktighet utdanningsvalg i de to eksempelscenariene?

Svar: Langsiktighet er et annet uttrykk for låg rente. Både i USA og i Norge fører langsiktighet til større vilje til å ta høyere utdanning (lågere inntekt i dag, men høyere forventet inntekt i framtida).

- (f) Innafor humankapital- og endogen vekstteori brukes «spillovereffekter» (positive eksterneffekter) som et argument for at det skal gis offentlig støtte til utdanning. Hvordan forholder de to eksempla fra USA og Norge seg i forhold til dette argumentet?

Svar: Forskjellene i forventningsverdi mellom å ta eller ikke ta høyere utdanning er større i USA enn i Norge. Derfor er en større del av disse positive eksterneffektene prissatt i USA enn i Norge. I Norge gjør imidlertid studiestøtte (lågere studieavgifter) at det offentlige tar en større del av risikoen knyttet til å ta høyere utdanning. Bildet er slik sett sammensatt. Viss risiko er ei vesentlig hindring for at folk tar høyere utdanning, så er den offentlige støtten i Norge vel fundert. I motsatt fall, kan man komme til motsatt konklusjon.